Matematica în Bucovina. Concursul Interjudețean de matematică „Memorialul *David Hrimiuc*” ediția a XXII-a, 6-8 noiembrie 2026

Clasa a V-a

Notă: Se punctează corespunzător orice variantă corectă de rezolvare

1. **(7p)** Într-un coș erau mere. În prima zi Maria mănâncă din ele cu cinci mai puțin decât un sfert din câte erau la început în coș, iar a doua zi o cincime din rest și încă două mere, rămânând în final în coș 26 de mere. Câte mere erau la început?
.

(Dorel Ispășoiu)

Soluție și barem de notare:
Împărțim întregul în 20 segmente egale.....1p
În prima zi consumă ¼ din 20p-5 = 5p-5 , rest 15p+5 .....2p
În a doua zi consumă 1/5 din (15p+5)+2, adică 3p+1+2=3p+3. .....1p
Rest 12p+2..... 1p
În coș rămân 26 mere și 12p+2=26.....1p
p=2 si în coș au fost la început 20x2=40 mere.....1p

2. **(7p)** Rezolvați în $\mathbb{N}^*$ecuația $n! = n^4 - 5n^2 - 396$ unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$

(Gazeta matematică S:25.240)

Soluție și barem de notare
Din enunț obținem $396 = n^4 - 5n^2 - n!$.....1p

$\Rightarrow 396 < n^4 \Rightarrow \ldots \Rightarrow n > 5$ (1).....2p

$\Rightarrow n! < n^4 \Rightarrow \ldots \Rightarrow n < 7$ (2).....2p
Din (1) și (2) obținem soluția n=6 cu verificare.....2p

3. (7p) Un uriaș are pasul de patru metri și merge printr-un labirint. La fiecare 6m este o ușă. Dacă nu se apleacă face un cucui. La fiecare 20m uriașul uită să se aplece.
(4p) 1. Ce lungime are labirintul dacă la ieșire, uriașul are 5 cucuie?
(3p) 2. Ce lungime maximă ar trebui să aibă labirintul în cazul în care uriașul iese din labirint fără niciun cucui ?

(Andrei Anca și Andrei Florea – Culegere de probleme pentru pregătirea concursurilor școlare- Ed George Tofan)

Soluție și barem de notare:
1.a) 20:4=5 pași, deci la fiecare 5 pași, uriașul uită sa se aplece.....1p 20:6=3 rest 2m, deci are trei încăperi pe care le străbate.....1p
la fiecare 60m este o ușă la care uită să se aplece și face un cucui.....2p
Cinci cucuie va face la 300m.....1p
b)Pentru ca uriașul să iasă din labirint fără cucui trebuie să parcurgă mai puțin de 60m, respectiv $6 \cdot 9 = 54$m.....2p

4. Se dă următoarea succesiune de șiruri:

1, 0
1, 1, 1, 0
3, 1, 1, 0
1, 3, 2, 1, 1, 0
1, 1, 1, 3, 1, 2, 2, 1, 1, 0
3, 1, 1, 3, 1, 1, 2, 2, 2, 1, 1, 0
.....

(3p) (a) Determinați următorul șir de numere.

(4p) (b) Poate să apară numărul 4 în vreunul dintre șiruri ?

(Cristi Săvescu- Cluj Napoca)

Soluție

(a) Logica este următoarea:

(i) Primul șir este 1, 0;

(ii) Începând de la al doilea șir, urmează perechi de tipul (a, b), unde a reprezintă de câte ori apare b consecutiv în șirul precedent până la următorul număr distinct. Exemplu, șirul al doilea exprimă faptul că în șirul precedent apare un 1 și un 0 (1,1,1,0). Al treilea șir exprimă faptul că în șirul precedent apar 3 de 1 și un 0 (3,1,1,0).

Pe acest principiu, șirul următor este 1, 3, 2, 1, 1, 3, 2, 1, 3, 2, 2, 1, 1, 0.....3p

(b) Dacă ar apărea 4 într-un șir, considerăm S primul șir cu această proprietate. Cum în șirul dinaintea acestuia S_{-1} nu apare 4 (pentru ca am considerat ca primul in care apare este S), înseamnă că în șirul dinaintea lui S_{-1} (fie el S_{-2}) avem o succesiune *a, a, a, a*.....2p

Vom arăta că acest lucru nu este posibil.

Dacă primul a se află pe o poziție impară, atunci rezultă că se numără din șirul dinaintea lui S_{-2} (fie el S_{-3}) a apariții a lui a, urmat de a apariții a lui a, deci succesiunea ar fi trebuit să fie *2a, a*: contradicție.

Dacă primul a se află pe o poziție pară, atunci există un număr x înaintea succesiunii *a, a, a, a*, aflat pe o poziție impară. Asta înseamnă că se numără x de a, urmat de a apariții a lui a, ceea ce ar trebui să fie ilustrat ca $x + a, a$: contradicție. Așadar, 4 nu poate să apară.....2p

(Printr-o extindere simplă a acestui raționament, putem afirma că nici un număr $a \geq 4$ nu va putea să apară.)