

**Matematica în Bucovina. Concursul Interjudețean de
matematică „Memorialul David Hrimiuc”
ediția a XXI-a, 7-9 noiembrie 2025**

Clasa a V-a

Notă: Se punctează corespunzător orice variantă corectă de rezolvare

1. Se consideră șirul de numere naturale 2, 5, 10, 17, 26, 37,
- a) (2p) Scrieți următorii 3 termeni ai șirului.
- b) (3p) Care este al 99-lea termen al șirului?
- c) (2p) Verificați dacă 1937 este termen al șirului. Dacă da, al câtelea termen este?

Soluție și barem de notare:

- a) Se observă regula de formare a termenilor șirului

$$t_1 = 1 + 1; \quad t_2 = 1 + 1 + 3; \quad t_3 = 1 + 1 + 3 + 5; \dots;$$

$$t_6 = 1 + 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$$

1p

Se continuă șirul cu încă 3 termeni

$$t_7 = 1 + 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 \Rightarrow t_7 = 50; \quad t_8 = 65; \quad t_9 = 82.$$

1p

- b) Termenul $t_{99} = 1 + 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2 \cdot 99 - 1)$

1p

$$t_{99} = 1 + (2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + (2 \cdot 3 - 1) + \dots + (2 \cdot 99 - 1)$$

$$t_{99} = 1 + 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 99) - 99 \quad \Rightarrow \quad t_{99} = 9802.$$

2p

- c) $t_n = 1 + 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2 \cdot n - 1)$

1p

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2 \cdot n - 1) = 1936. \text{ Deci } 2 \cdot (1 + 2 + \dots + n) - n = 1936 \Rightarrow n = 44. \text{ Deducem că } 1937 \text{ este termen al șirului și este al } 44 \text{ lea termen}$$

1p

2. (7p) Calculați a^b , știind că a și b sunt numere naturale care respectă egalitatea: $7a^3b = 2 \cdot (92 - a^3)$.

Soluție și barem de notare:

$$7a^3b = 184 - 2a^3$$

1p

$$\text{de unde } a^3 \cdot (7b + 2) = 184.$$

1p

Cum 184 se împarte exact la a^3 , obținem $a=1$ sau 2.

1p

$$a = 1 \Rightarrow 7b + 2 = 184 \text{ și } b = 26. \text{ Se obține } a^b = 1.$$

2p

$$a = 2 \Rightarrow 7b + 2 = 23 \text{ și } b = 3. \text{ Se obține } a^b = 8.$$

2p

3. (7p) Prin împărțirea unui număr de patru cifre la răsturnatul său se obține câtul 2 și restul 1977. Aflați numărul știind că diferența dintre cifra miilor și cifra unităților este 5, iar cifra sutelor este cu 4 mai mare decât cifra zecilor.

Soluție și barem de notare:

Fie $\overline{abcd}$ numărul căutat.

$$\overline{abcd} = 2\overline{dcba} + 1977, \text{ cu } \overline{dcba} > 1977, a - d = 5, b = c + 4 \quad 1p$$

Folosind descompunerea numerelor în baza 10, avem:

$$998a + 80b = 1999d + 190c + 1977, \quad 2p$$

$$998d + 4990 + 80c + 320 = 1999d + 190c + 1977, \quad 1p$$

$$1001d + 110c = 3333. \quad 1p$$

$$\text{Cum } 1001d \leq 3333 \text{ și } 110c \leq 990, \text{ obținem } d = 3 \text{ și } c = 3. \quad 1p$$

$$\text{Deci } a = 8 \text{ și } b = 7. \overline{abcd} = 8733 \quad 1p$$

4. (7p) Stabiliți ordinea crescătoare a numerelor a, b și c , unde $a = 2^{523}$, $b = 5^{209}$, iar $c = 3^{314}$.

Soluție și barem de notare:

Se rescriu puterile:

$$a = 2^{253} = 2^{520} \cdot 2^3 = (2^5)^{104} \cdot 2^3 = 32^{104} \cdot 8 \quad 1p$$

$$b = 5^{209} = 2^{208} \cdot 5 = (5^2)^{104} \cdot 5 = 25^{104} \cdot 5 \quad 1p$$

$$c = 3^{314} = 3^{312} \cdot 3^2 = (3^3)^{104} \cdot 3^2 = 27^{104} \cdot 9 \quad 1p$$

Din această scriere se observă că b este cel mai mic dintre numere. $1p$

Se compară a și c :

$$a = 32^{103} \cdot 32 \cdot 8 = 32^{103} \cdot 256 \quad 1p$$

$$c = 27^{103} \cdot 27 \cdot 9 = 27^{103} \cdot 243 \quad 1p$$

Așadar, $b < c < a$. $1p$