

**Matematica în Bucovina. Concursul Internațional de
matematică „Memorialul David Hrimiuc”
ediția a XII - a, 30 octombrie – 1 noiembrie 2015**

Clasa a VIII- a

Subiecte:

1. (7p) Determinați numerele întregi x, y, z pentru care $x^2 - 25y^2 - 5z = 8$.
(Pavel Rîncu, Bozovici, Caraș-Severin, GMB 6-7-8 / 2015)

2. (4p) a) Demonstrați că: $\frac{2x+n}{n+2} \geq \frac{n+4}{3x+n+1}$, pentru orice $n, x \in \mathbb{Q}^*$.

(3p) b) Rezolvați ecuația:

$$\frac{2x+1}{3} + \frac{2x+2}{4} + \frac{2x+3}{5} + \dots + \frac{2x+1008}{1010} = \frac{1013}{3x+1010} + \frac{1014}{3x+1011} + \frac{1015}{3x+1012} + \dots + \frac{2020}{3x+2017}, \quad x \in \mathbb{Q}^*$$

3. (1,5p) a) Demonstrați că dacă $x \geq 0$ atunci $2(\sqrt{x} - 4) \leq \frac{x}{8}$.

(2,5p) b) Arătați că pentru orice $x \in \mathbb{Q}$ are loc inegalitatea: $7(|x| - 14) \leq \frac{x^2}{8}$.

(3p) c) Arătați că dacă $x, y \geq 0$ și $2x + 7y \leq 2016$ atunci $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 36$.

4. Se dă rombul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle ABC) = 30^\circ$. Se construiește pătratul $BDEF$ astfel încât C să fie un punct interior pătratului. Dacă $DC \cap BF = \{H\}$ și $EC \cap BF = \{G\}$, demonstrați că :

- (3p) a) $\triangle CBH$ este isoscel.
(2p) b) $[FC]$ este mediană în $\triangle EFG$.
(2p) c) $\triangle CGH$ este isoscel.

(Prof. Ioan Duicu, Bistrița)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.