

**Matematica în Bucovina. Concursul Internațional de
matematică „Memorialul David Hrimiuc”
ediția a XII - a, 30 octombrie – 1 noiembrie 2015**

Clasa a VII- a

Subiecte

1. (7p) Determinați restul împărțirii numărului $7^{2015} - 6^{2015}$ la 42 .

(Ionel Tudor, Călugăreni, Giurgiu, GMB 2 / 2015)

2. (7p) Determinați toate numerele naturale x cu proprietatea că: $\frac{2x^2 + 15}{3x + 2} \in \mathbb{Q}$.

(Prof. Rodica Coman, Bistrița)

3. Fie $x, y, z > 0$. Să se arate că:

(3p) a)
$$\frac{3x^2}{x^2 + xy + y^2} \geq 2 - \frac{y}{x}$$

(4p) b) Dacă, în plus, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 6045$, atunci:

$$\frac{x^2}{y(x^2 + xy + y^2)} + \frac{y^2}{z(y^2 + yz + z^2)} + \frac{z^2}{x(z^2 + zx + x^2)} \geq 2015 .$$

În ce caz are loc egalitatea?

4. (7p) Fie ABC un triunghi oarecare, N mijlocul laturii $[AC]$, E simetricul punctului B față de N și P simetricul punctului C față de B . Dacă dreapta PE intersectează laturile $[AB]$ și $[AC]$ în punctele M și respectiv F , calculați raportul $\frac{FM}{MP}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.