Matematica în Bucovina. Concursul Internaţional de matematică „Memorialul David Hrimiuc”
ediţia a XII - a, 30 octombrie – 1 noiembrie 2015

Clasa a V - a

Barem de corectare

1. Determinarea numărului de mese (80 mese)…………………………………………… 3p
Determinarea numărului de invitaţi (816 invitaţi) ……………………………………… 1p
Determinarea numărului de bărbaţi (383 bărbaţi) şi de femei (433 femei) ………….... 2p
Determinarea numărului necesar de salate (2015 bucăţi) ………………………………..1p

Soluţia 1 (algebrică). Fie $m=$ numărul de mese. Atunci:

$$8m+176=12(m-4)\ \textbf{(1p)}\ \Leftrightarrow 4m=320\ \textbf{(1p)}\ \Leftrightarrow m=80\ \textbf{(1p)}$$

Fie $I=$ numărul de invitaţi. Atunci: $I=8\times 80+176=816$ invitaţi **(1p)**

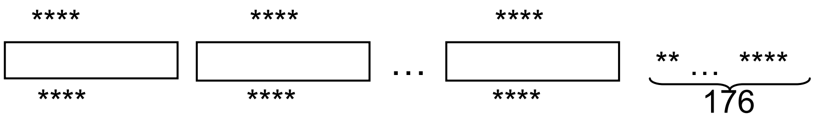
Fie $b=$ numărul de bărbaţi şi $f=$ numărul de femei. Atunci: $b+f=816$ şi $f=b+50$ **(1p)**

Rezultă $b=383$ şi $f=433$ **(1p)**.

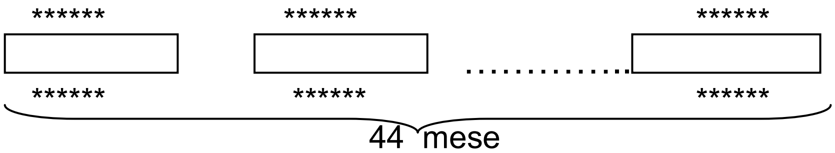
Numărul necesar de salate este $S=383\times 3+433\times 2=1149+866=2015$ salate **(1p)**

Soluţia 2 (aritmetică).

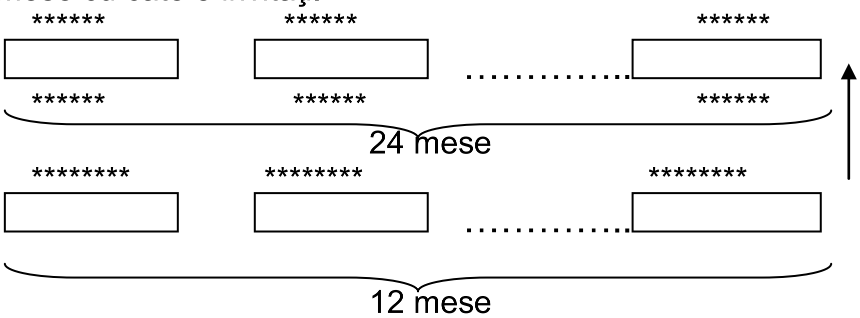
Aşezăm mai întâi câte 8 la o masă şi rămân 176.



Din cei 176 vom adăuga câte 4 la 176 : 4 = 44 mese.



Vom elibera 12 mese de câte 8, adică 96 de invitaţi şi-i vom adăuga câte 4 la alte 24 mese cu câte 8 invitaţi.



Vor fi 44+24 = 68 mese cu câte 12 invitaţi şi 12 mese libere. În total sunt 68 x 12 = 816 invitaţi. Din aceştia sunt:

****……**** bărbaţi

****……**** $\underbrace{\text{***……..***}}_{50}$ femei

total 816 invitaţi

Dacă scădem din 816 invitaţi 50 femei rămân 816 - 50 = 766 invitaţi cu un număr de femei egal cu cel al bărbaţilor. Sunt deci 766 : 2 = 383 bărbaţi şi 383 + 50 = 433 femei.

Vor fi necesare 383 x 3 + 433 x 2 = 1149 + 866 = 2015 salate.

2. $\begin{array}{l}\overline{3abcde}+\\ 217071\\ \hline \overline{abcde3}\end{array}$ $\quad 1+e=3 \; sau \; 1+e=13 \overset{e-cifră}{\Rightarrow} e=2$ **(1,5p)**

$\begin{array}{l}\overline{3abcd2}+\\ 217071\\ \hline \overline{abcd23}\end{array}$ $\quad 7+d=2 \; sau \; 7+d=12 \overset{d-cifră}{\Rightarrow} d=5$ **(1,5p)**

$\begin{array}{l}\overline{3abc52}+\\ 217071\\ \hline \overline{abc523}\end{array}$ $\quad 1+0+c=5 \; sau \; 1+0+c=15 \overset{c-cifră}{\Rightarrow} c=4$ **(1,5p)**

$\begin{array}{l}\overline{3ab452}+\\ 217071\\ \hline \overline{ab4523}\end{array}$ $\quad 7+b=4 \; sau \; 7+b=14 \overset{b-cifră}{\Rightarrow} b=7$ **(1p)**

$\begin{array}{l}\overline{3a7452}+\\ 217071\\ \hline \overline{a74523}\end{array}$ $\quad 1+1+a=7 \; sau \; 1+1+a=17 \overset{a-cifră}{\Rightarrow} a=5$ **(1p)**

$\begin{array}{l}\overline{357452}+\\ 217071\\ \hline \overline{574523}\end{array}$ $\quad adevărat \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=7 \\ c=4 \\ d=5 \\ e=2 \end{cases}$ **(0,5p)**

3. a) $u=3^7=9\times9\times9\times3=729\times3=2187$ **(1p)**

$v=2^{11}=2^{10}\times2=1024\times2=2048$ **(1p)**

$u+v=2187+2048=4235$ **(1p)**

b)

$$\left.\begin{array}{l} a=2^{2015}=2^{2004+11}=2^{2004}\cdot2^{11}=2^{3\times668}\cdot2^{11}=\left(2^3\right)^{668}\cdot2^{11}=8^{668}\cdot2048 \quad (1p) \\ b=3^{1343}=3^{1336+7}=3^{1336}\cdot3^7=3^{2\times668}\cdot3^7=\left(3^2\right)^{668}\cdot3^7=9^{668}\cdot2187 \quad (1p) \\ \left.\begin{array}{ll} 8<9\Rightarrow8^{668}<9^{668} & (0,5p) \\ 2048<2187 & (0,5p) \end{array}\right\}\Rightarrow 8^{668}\cdot2048<9^{668}\cdot2187 \quad (0,5p) \end{array}\right\}\Rightarrow a<b \quad (0,5p)$$

4.

$n=3c_1+r_1 \;,\; 0\le r_1<3 \;;\; n=5c_2+r_2 \;,\; 0\le r_2<5 \;;\; n=7c_3+r_3 \;,\; 0\le r_3<7$ **(1,5p)**

$\left.\begin{array}{l} r_1-nr.prim \\ 0\le r_1<3 \end{array}\right\}\Rightarrow r_1=2 \;;\; \left.\begin{array}{l} r_3=2r_1 \\ r_1=2 \end{array}\right\}\Rightarrow r_3=4 \;;\; r_1 \; m.a. \; r_2, r_3 \Rightarrow 2=\frac{r_2+4}{2}\Rightarrow r_2=0$ **(1,5p)**

$c_1+c_2+c_3=341+r_1+r_2+r_2\Rightarrow c_1+c_2+c_3=347$ **(1p)**

$\left.\begin{array}{l} n=3c_1+2/\cdot5\cdot7\rightarrow35n=105c_1+70 \\ n=5c_2 \quad /\cdot3\cdot7\rightarrow21n=105c_2 \\ n=7c_3+4/\cdot3\cdot5\rightarrow15n=105c_3+60 \end{array}\right\}$ **(2 p)**

$\rightarrow71n=105\left(c_1+c_2+c_3\right)+130\rightarrow71n=105\cdot34+130$

$\rightarrow n=515$ **(1 p)**

Notă: Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.