

**Matematica în Bucovina. Concursul Internațional de  
matematică „Memorialul David Hrimiuc”  
ediția a XIX - a, 10 – 12 noiembrie 2023**

---

**Clasa a VI-a**

1. Fie mulțimea  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 2023\}$  și trei submulțimi ale mulțimii  $A$ , nevide și disjuncte  $B, C, D$ , fiecare cu cel puțin trei elemente, a căror reuniune este mulțimea  $A$  astfel încât oricare element al mulțimii  $B$  adunat cu oricare element al mulțimii  $C$  să aibă suma un număr natural divizibil cu 3, și oricare două elemente ale mulțimii  $D$  să aibă suma divizibilă cu 3.
- a) (3p) Calculați suma elementelor mulțimii  $D$
- b) (4p) Arătați că mai există o mulțime ( $B$  sau  $C$ ) cu suma elementelor divizibilă cu 3
2. a) (3p) Arătați că numărul  $a = 17 + 17^2 + 17^3 + \dots + 17^{2024}$  se divide cu 306.
- b) (4p) Arătați că același număr  $a$  se divide cu 87
3. Pe dreapta  $d$  se consideră în această ordine punctele  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{100}$  astfel încât  $A_0A_1 = 1 \text{ cm}$ ,  $A_1A_2 = 4 \text{ cm}$ ,  $A_2A_3 = 7 \text{ cm}$ , ... . Să se afle:
- a) (2p)  $A_0A_{100}$ ;
- b) (5p) Fie  $M$  mijlocul segmentului  $A_0A_{100}$ . Să se afle  $n \in \mathbb{N}$  astfel încât  $M \in [A_nA_{n+1}]$ .
4. Considerăm unghiurile  $\sphericalangle AOC$ ,  $\sphericalangle COD$ ,  $\sphericalangle DOB$ , cu interioarele disjuncte, astfel încât împreună formează unghiul alungit  $\sphericalangle AOB$ . Fie  $(OE)$  și  $(OF)$  bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle AOC$ , respectiv  $\sphericalangle DOB$
- i. (3p) Știind că  $\sphericalangle EOF = 120^\circ$  determinați măsura unghiului  $\sphericalangle COD$ .
- ii. (4p) Dacă, în plus, ducem  $OM$  perpendiculară pe  $OC$  astfel încât  $M$  și  $C$  să fie de aceeași parte a dreptei  $AB$  și  $\sphericalangle FOM = 10^\circ$ , aflați  $\sphericalangle AOC$  și  $\sphericalangle DOB$

GM Nr. 9/2022

*Toate subiectele sunt obligatorii.*

*Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.*