

**Matematica în Bucovina. Concursul Internațional de matematică
„Memorialul David Hrimiuc”
ediția a XIX - a, 10 – 12 noiembrie 2023**

Clasa a V-a

Soluții și barem de notare

1. Se consideră șirul de numere naturale: 6, 13, 20, 27 ...

- a) (2p) Aflați al 2023-lea termen al șirului;
- b) (2p) Stabiliți dacă 2022 este un termen al șirului?
- c) (3p) Arătați că suma oricăror trei termeni consecutivi ai acestui șir se împarte exact la 3.

Prof. Dorel Ispășoiu

a) $20-13=13-6=7$.

Al 2023-lea termen al șirului este $n = 7 \cdot 2022 + 6 \Rightarrow n = 14154 + 6 \Rightarrow n = 14160$ 2p

b) Ca 2022 să fie termen al șirului trebuie ca $2022=7m+6 \Rightarrow$

$\Rightarrow 7m=2016 \Rightarrow m=288$ și 2022 este termen al șirului.....2p

c) $S_3=(7n+6)+[7(n+1)+6]+[7(n+2)+6]=21n+39=3(7n+13)$ și deci se împarte exact la 3.....3p

2. Fie două numere naturale nenule a și b. Împărțind numărul a la numărul b obținem câtul 5 și restul 25

a)(4p) Aflați numerele a și b dacă b împărțit la a dă restul 75;

b)(3p) Există un număr natural b astfel încât produsul $a \cdot b$ să fie egal cu 202220232024?

Prof. Dorina Spinosu

a) $a = 5b + 25 \Rightarrow a > b$ 1p

Deoarece $b < a$ și b împărțit la a dă restul 75 \Rightarrow câtul este 0 și $b=75$2p

Obținem $a=5 \cdot 75+25$ și $a=400$1p

b) $a \cdot b = (5b+25) \cdot b$ 1p

Nu este posibil, deoarece ultima cifra a lui $a \cdot b$ este ultima cifră a lui $(5b+25) \cdot b =$

$=5 \cdot (b+5) \cdot b$ și este 0 sau 5.....2p

3. Fie x un număr natural oarecare și numărul $a = (x+5)(3x+2)$

a)(3p) Precizați dacă numărul a este par sau impar.

b)(4p) Fie numărul natural b, $b = (x+3)(x+6)$, Arătați că $a:b$ nu poate da restul 5

Prof. Dorel Ispășoiu

a)(3p) Dacă x este impar atunci $x+5$ este par și produsul este par1p

Dacă x este par atunci produsul $3x+2$ este par iar produsul este par.....1p

Concluzie: a este par oricare ar fi numărul natural x1p

b) (4p) Dacă x este impar atunci $x+3$ este par și produsul este par.....1p

Dacă x este par atunci produsul $x+6$ este par iar produsul este par.....1p

Obținem că b este par oricare ar fi numărul natural x1p

Având în vedere că $a=bc+r$ deducem că este imposibil deoarece a este par și $bc+5$

este impar.....1p

**Matematica în Bucovina. Concursul Internațional de matematică
„Memorialul David Hrimiuc”
ediția a XIX - a, 10 – 12 noiembrie 2023**

4. (7p) Aflați numerele de forma \overline{abcd} dacă $\overline{abc} + \overline{abcd} = a(b+2)c(2a+1)$ și $8 \cdot c = 5 \cdot d + 1$

Prof. Dorel Ispășoiu

$$\overline{abc} + \overline{abcd} = a(b+2)c(2a+1) \Leftrightarrow$$

$$100a + 10b + c + 1000a + 100b + 10c + d = 1000a + (b+2) \cdot 100 + 10c + 2a + 1 \dots\dots\dots 1p$$

$$\Leftrightarrow 98a + 10b + c + d = 201 \Rightarrow 98a \leq 201 \Rightarrow a = 1 \text{ sau } 2 \dots\dots\dots 1p$$

Pt $a=1$ și $98a + 10b + c + d = 201 \Rightarrow 10b + c + d = 103 \Rightarrow b=9$ și $c+d=13 \dots\dots\dots 1p$

$c+d=13 \Rightarrow 8c+8d=104$ dar $8 \cdot c = 5 \cdot d + 1 \Rightarrow 5d+1+8d=104 \Rightarrow 13d=103 \Rightarrow$ nu are soluție..1p

Pt $a=2$ și $98a + 10b + c + d = 201 \Rightarrow 10b + c + d = 5 \Rightarrow b=0$ și $c+d=5 \dots\dots\dots 1p$

$c+d=5 \Rightarrow 8c+8d=40$ dar $8 \cdot c = 5 \cdot d + 1 \Rightarrow 5d+1+8d=40 \Rightarrow 13d=39 \Rightarrow d=3$ și $c=2 \dots\dots\dots 1p$

Finalizare $\overline{abcd} = 2023 \dots\dots\dots 1p$

Notă: Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.