

**Matematica în Bucovina. Concursul Internațional de matematică
„Memorialul David Hrimiuc”
ediția a XVI-a, 01- 03 noiembrie 2019**

Clasa a V- a

1. Se știe că a, b, c sunt trei numere, astfel încât $a > 0, b > 0, c > 0$ și $a \cdot (b + c) = 2019$, $b \cdot (a + c) = 2020$, $c \cdot (a + b) = 2021$. Calculați $(a \cdot b \cdot c)^2$.

Soluție:

$$a \cdot (b + c) = 2019 \Rightarrow a \cdot b + a \cdot c = 2019 \quad 1 \text{ p}$$

$$b \cdot (a + c) = 2020 \Rightarrow b \cdot a + b \cdot c = 2020 \quad 1 \text{ p}$$

$$c \cdot (a + b) = 2021 \Rightarrow c \cdot a + c \cdot b = 2021 \quad 1 \text{ p}$$

$$\text{de unde rezultă } a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a = 3030 \quad 1 \text{ p}$$

$$a \cdot b = 1009, a \cdot c = 1010, c \cdot b = 1011 \quad 1 \text{ p}$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 1009 \cdot 1010 \cdot 1011 \quad 1 \text{ p}$$

$$(a \cdot b \cdot c)^2 = 1009 \cdot 1010 \cdot 1011 \quad 1 \text{ p}$$

2. Determinați numerele naturale de forma \overline{abc} , știind că împărțite la \overline{bc} dau câtul 14 și restul 19.

Soluție:

$$\overline{abc} = 14 \cdot \overline{bc} + 19, 19 < \overline{bc} \quad 1 \text{ p}$$

$$100a = 13 \cdot \overline{bc} + 19 \quad 1 \text{ p}$$

Deoarece ultima cifră a numărului $100a$ este 0 rezultă că $u(13 \cdot \overline{bc} + 19) = 0$ adică $c = 7$ 2 p

$$10a = 13b + 11 \quad 1 \text{ p}$$

$$b = 3 \text{ și } a = 5, \text{ deci } \overline{abc} = 537. \quad 2 \text{ p}$$

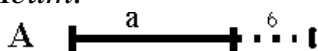
3. În urmă cu 6 ani Andrei avea o vârstă de 7 ori mai mică decât vârsta de atunci a tatălui. Peste 14 ani Andrei va avea o vârstă egală cu jumătate din vârsta viitoare a tatălui. Vârsta mamei lui Andrei este cu 2 ani mai mică decât vârsta tatălui.

a) Aflați vârsta tatălui în prezent.

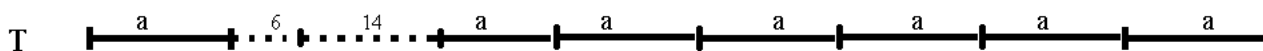
b) Cu câți ani în urmă Andrei avea o vârstă de 12 ori mai mică decât vârsta mamei?

Soluție 1:

Acum:



Peste 14 ani:



$$2 \cdot (a + 20) = 7 \cdot a + 20; a = 4$$

$$T = 7 \cdot a + 6 \rightarrow T = 34$$

Soluție 2 :

a) Fie a vârsta lui Andrei și t vârsta tatălui. Atunci 2 p

$$t - 6 = 7(a - 6) \text{ și}$$

$$t + 14 = 2(a + 14)$$

$$a = 10 \text{ și } t = 34$$

3 p

b) Fie x numărul de ani; avem $12(10 - x) = 32 - x$ 1 p

$$x = 8$$

1 p

4. Pe o tablă sunt scrise, în ordine crescătoare, numerele 21, 27, 33, 39,, 2019; numerele din șir care împărțite la 7 dau restul 3 sunt scrise cu verde, celelalte fiind scrise cu albastru.

a) Câte numere sunt scrise pe tablă?

b) Câte numere au culoarea albastră?

c) Un elev șterge în mod repetat câte 10 numere la întâmplare și în locul lor scrie suma lor micșorată cu 334. Determinați restul împărțirii ultimul număr scris pe tablă la 983.

Soluție:

a) Numerele scrise sunt de forma $6n + 3$, $3 \leq n \leq 336$, deci sunt 334 numere 2p

b) Numerele scrise cu verde sunt de forma $42x + 3$, $1 \leq x \leq 48$, deci sunt 48 de numere; sunt $334 - 48 = 286$ numere scrise cu albastru 2 p

c) Pe tablă rămâne un singur număr după 37 pași 1 p

$$\text{Suma numerelor din șir este } (21 + 2019) \cdot 334 : 2 = 334 \cdot 1020 \quad 1 p$$

$$\text{Numărul scris pe tablă este } N = 334 \cdot 1020 - 334 \cdot 37 = 334 \cdot 983$$

$$N = 334 \cdot 983 \text{ deci restul împărțirii lui } N \text{ la } 983 \text{ este } 0 \quad 1 p$$

Notă: Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.